Corso a dispense di Economia Politica

di Renato Ceccarello

Seconda parte: le correnti dell'economia

9) Il sistema economico secondo la teoria marxista

L'analisi economica marxiana è stata trattata ampiamente nella prima parte del corso. I concetti fondamentali vengono qui ripresi e brevemente riassunti per formalizzare la teoria secondo l'impostazione macroeconomica, quale delineata dai sistemi economici e produttivi del capitolo n. 8. Il risultato prova che l'analisi economica marxista dà una risposta esauriente, oltre che alle questioni poste dall'organizzazione sociale secondo definiti rapporti di produzione, ai problemi fondamentali della determinazione dei prezzi e dei profitti capitalistici, senza costruzioni artificiose e deboli concetti soggettivi, come quello che verrà mostrato nel capitolo successivo, di "utilità marginale". Va da se che non si vuole qui porre una parola fine allo sviluppo di questa teoria, ma semplicemente contestare, sulla base della concretezza, la sua messa ai margini da parte della "scienza" economica ufficiale.

Il sistema economico alla luce della teoria del valore di Marx

Secondo la teoria del valore di Marx la ricerca e la misura del valore delle merci avvengono attraverso il lavoro socialmente necessario alla loro produzione. Il tempo di lavoro diviene perciò il metro per misurare le grandezze del sistema economico. Tempo di <u>lavoro vivo</u> per quanto riguarda il lavoro effettivamente speso nel processo di produzione dagli operai e dagli altri agenti della produzione, tempo di <u>lavoro morto</u> come lavoro svolto in cicli di produzione precedenti e che si ritrova nel valore dei mezzi di produzione impiegati sottoforma di capitale costante.

Sulla base di questo assunto le quantità del sistema economico di cui alla precedente lezione (n. 8) – *(Anche in questo caso il "corso elementare di economia" del Boffitto è perciò testo di riferimento)* - vengono ridotte a tempo di lavoro (anni, giorni, ore) estendendo quanto già noto dalla prima lezione. Il prodotto netto, definito come quota di valore della produzione nazionale corrispondente all'impiego del lavoro vivo, la quota rimanente rappresentando il lavoro morto, la prima pari a V + PV, la seconda pari a C, è allora riconducibile al lavoro necessario impiegato dalla società alla sua produzione

L --> PN

Ad esempio, nella produzione di energia l'equazione simbolica

Re + Me + Ee + Ne + Le --> E

(riso + macchine + en. + min. + lavoro --> energia) viene così ridotta

Lre + Lme + Lee + Lne + Le = L(E)   Lre,Lme,..., Le = lavori necessari

Ossia **Re**, **Me**,... sono trasformate da quantità fisiche di merci di cui si compone il capitale costante in tempo di lavoro, precisamente nel tempo di lavoro impiegato nella loro produzione. Dalla vendita di **E** devono tornare come realizzazione dei valori sia i mezzi di produzione incorporati, sia il lavoro vivo Le effettivamente adoperato. **Lre**, **Lme**, ... trasferiscono il proprio valore riconducibile a lavoro morto, fissatovi da precedenti processi produttivi, al prodotto finale. Dalla vendita di **E** i valori **Lre**, **Lme**, **Lee**, **Lne** sono reintegrati nel processo produttivo come capitale costante mediante rinnovo dei mezzi di produzione. Tale quota di valore, attraverso il processo sociale di scambio, non fa che reintegrare se stessa trasferendosi dai mezzi di produzione al prodotto finale, dal prodotto finale al denaro, e dal denaro di nuovo ai mezzi di produzione con cui esso si scambia. Per Le la cosa è diversa. Per riprodurre nella stessa scala il processo produttivo basta impiegarvi solo la quota di Le destinata al pagamento dei salari. Il resto costituisce il plusvalore.

I valori che si ricavano risultano dal lavoro (non importa se "vivo" o "morto", se effettivo o se fissato in mezzi di produzione) che è in proporzione alle quantità fisiche di prodotto dando luogo a dei coefficienti costanti. Ad esempio

$$xe = \frac{Le}{E}, \quad xr = \frac{Lr}{R}, \quad xm = \frac{Lm}{M} \quad . . .$$ **(nota 8)**

Secondo un processo fondamentalmente simile a quello che porta a definire i prezzi relativi sulla base del valore (prezzo) di una merce qualsiasi assunta come l'espressione di valore delle rimanenti, possiamo definire il prezzo relativo di R rispetto ad E Pr/e mediante il rapporto

$$Pr/e = \frac{xr}{xe}$$

(esempio: xe = 0,01 ore per kwh di energia; xr = 20 ore per q quintali di riso;

$$Pr/e = \frac{20 \text{ ore/q}}{0{,}01 \text{ ore/kwh}}$$

da cui, semplificando le ore, risulta 2000 kwh/q, cioè 2000 kwh di energia per quintale di riso).

E' di nuovo evidente, per la libertà che abbiamo nella scelta della grandezza di riferimento, e come già sappiamo dalla prima parte del corso, che tutte le merci possono essere espresse in termini di lavoro, in ore di lavoro.

Il salario reale individuale dato dalle quantità h e j di beni di consumo A e B che dipende, come sappiamo, da circostanze storico-culturali, può essere espresso in funzione del lavoro vivo L col seguente procedimento. Considerando con lh ed lj le rispettive quantità di lavoro specifico (cioè delle frazioni del lavoro vivo necessario alla produzione di h quantità di A e di j quantità di B) avremo

$lh + lj = xw$ (lavoro necessario come quota parte del lavoro totale)

Poiché L è il lavoro vivo impiegato del totale dei lavoratori (a cui corrisponde il prodotto netto) allora il salario sarà xw•L corrispondente al lavoro necessario, mentre il plusvalore è invece rappresentato dalla quantità di lavoro complessivo L - xw•L = L(1 - xw) che può anche essere inteso come pluslavoro.

Il valore della produzione sulla base della teoria di Marx si esprime nella forma generale (per comodità di lettura c, v, pv, sono ora scritte in lettere maiuscole)

$C + V + PV$ C capitale costante, V capitale variabile, PV plusvalore
ove

$$C = Lr + Lm + Le + Ln$$

$$V + PV = L$$

$$V = xw \cdot L$$

Suddividendo il **lavoro vivo L** per il **numero di lavoratori l**, si ricava il **lavoro vivo individuale** del singolo operaio, riconducibile alla giornata lavorativa, o all'anno lavorativo.

$$\lambda = L/l$$

Se il lavoro vivo individuale viene moltiplicato per la frazione di lavoro sociale xw (= 1-pv') che viene pagata all'operaio come salario otteniamo il salario orario individuale

$$w = \lambda \cdot xw \qquad \text{(w salario in ore pagare; pv' saggio di plusvalore)}$$

Moltiplicando quindi il salario individuale per il numero di lavoratori si ricava il capitale variabile V (sempre in termini di ore lavorative)

$$V = l \cdot w$$

Passando ai casi particolari delle singole merci avremo allora questa prima forma immediata del sistema economico delle sei industrie a, b, r, m, e, n

$$\begin{cases} Ca + Va + PVa = xa \bullet A \\ Cb + Vb + PVb = xb \bullet B \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ Cn + Vn + PVn = xn \bullet N \end{cases}$$

$$\overline{C + V + PV} \qquad \overline{U} \qquad \text{valore del prodotto del sistema } \textbf{(n.1)}$$

Il prezzo di una qualsiasi merce, per esempio energia, assume allora la forma

$$xe = \frac{L(E)}{E} = \frac{Ce + Ve + PVe}{E}$$

Tale sistema può essere riscritto ponendo al posto di V e PV il lavoro vivo di ogni branca, ottenibile dal numero di forze-lavoro per il lavoro vivo individuale λ

$$\begin{cases} Ca + la \cdot \lambda = xa \cdot A \\ Cb + lb \cdot \lambda = xb \cdot B \\ \ldots \\ Cn + ln \cdot \lambda = xn \cdot N \end{cases} \qquad (1)$$

Il sistema è a sei incognite, ossia i valori xa, ... xn che saranno espressi in termini di unità di lavoro vivo (o lavoro semplicemente). Le determinanti (termini noti) del sistema sono invece i capitali costanti ed il lavoro impiegato per ogni branca. **(n. 2)**

La soluzione del sistema è funzione così della giornata lavorativa λ, con le quantità xa ... xn esprimibili mediante divisione per il monte ore di cui λ si compone, in ore di lavoro socialmente necessario.

A queste equazioni si può aggiungere quella del salario

$$w = \lambda \cdot xw = \lambda\,(lh + lj)$$

ovvero quella del saggio di plusvalore

$$pv' = \frac{\lambda}{w} - 1 = \frac{1}{lh + lj} - 1 \qquad \textbf{(n. 3)}$$

che consentono di determinare la quota dei beni di consumo prodotti a disposizione dei capitalisti, e, di conseguenza, astraendo però da quanto segue, il saggio di profitto (in termini di valore: somma della produzione detratta delle quote C e V, il tutto rapportato al capitale investito).

Il mercato però non consente di realizzare i valori così ottenuti, giacché risulterebbero differenti saggi di profitto, uno per ogni branca produttiva. La concreta economia di mercato tende invece ad un unico saggio di profitto r. Affinché ciò possa darsi le merci devono realizzarsi a prezzi differenti dai valori. Per Marx la somma complessiva dei valori deve però tornare. Il sistema dei prezzi non fa che ridistribuire il plusvalore creato sulla base della teoria del valore-lavoro nella classe dei capitalisti, di modo che ciascun capitalista rappresentativo di una branca produttiva ottenga lo stesso tasso di profitto r. Con Marx

$$r = \frac{PV}{C + V}$$

ove le grandezze C, V, PV si riferiscono a dati aggregati dell'intero sistema economico. Tenendo anche conto che al differire dei prezzi dai valori differisce pure l'ammontare del capitale costante per ogni singola branca, il sistema precedente si trasforma ora nel seguente

$$\left\{\begin{array}{l} (C'a + Va)\cdot(1 + r) = x'a\cdot A \\ (C'b + Vb)\cdot(1 + r) = x'b\cdot B \\ \\ \\ (C'n + Vn)\cdot(1 + r) = x'n\cdot N \\ \overline{\quad C \quad + \quad V \quad + PV \qquad\qquad U} \end{array}\right.$$

da cui, come prima, 6 equazioni e 7 incognite: i 6 prezzi di produzione x'a, ..., x'n, ed il tasso di profitto r. Resta un grado di libertà, così come deve essere. L'unità scelta per la misura del lavoro (anni, giorni, ore) rispetto a cui andranno espressi i prezzi, ma anche il capitale costante C è arbitraria. **(n. 4)**

I prezzi così ottenuti coincidono con i valori solo nella seguente ristretta condizione

$$\frac{xa}{xb} = \frac{x'a}{x'b} \quad \text{ossia}$$

$$\frac{Ca + Va + PVa}{Cb + Vb + PVb} = \frac{(C'a + Va)\cdot(1 + r)}{(C'b + Vb)\cdot(1 + r)} = \frac{C'a + Va}{C'b + Vb}$$

raccogliendo a fattore comune il capitale variabile va e vb e trascurando la forma intermedia otteniamo

$$\frac{Va\cdot\left[\frac{Ca}{Va} + 1 + \frac{PVa}{Va}\right]}{Vb\cdot\left[\frac{Cb}{Cb} + 1 + \frac{PVb}{Vb}\right]} = \frac{Va\cdot\left[\frac{C'a}{Va} + 1\right]}{Vb\cdot\left[\frac{C'b}{Vb} + 1\right]}$$

condizione che, a parità di saggio di plusvalore PVa/Va = PVb/Vb è possibile solo se le parentesi si semplificano, ossia quando

Ca/Va = Cb/Vb

(condizione per la coincidenza tra prezzi e valori nel qual caso è anche C'a = Ca; C'b = Cb)

ossia quando <u>i differenti capitali hanno la stessa composizione organica.</u>

Se le merci hanno prezzi di realizzo diversi dai valori bisogna rinunciare alla possibilità di rappresentare attraverso il lavoro impiegato alla loro produzione il capitale costante, che non viene acquistato al suo valore, ma al suo prezzo. Cambia quindi l'effettiva composizione organica, non più stabilita a partire dai valori delle differenti quote di capitale, ma dai loro prezzi di acquisizione, e cambia infine l'espressione del salario non più perfettamente riconducibile ad una quota della giornata lavorativa determinata dal rapporto tra lavoro necessario e pluslavoro, giacché non è al loro valore che l'operaio acquista i beni che con la quota di lavoro necessario dovrebbero scambiarsi, ma al loro prezzo.

Di fronte a questa difficoltà di cui Marx è consapevole e di cui propone la soluzione (la somma complessiva dei prezzi pari alla somma complessiva dei valori) che però non sviluppa, gli economisti si dividono in due campi:

a) i detrattori di Marx: poiché le merci non si scambiano più sul tempo di lavoro necessario alla loro produzione, la teoria del valore-lavoro (o valore semplicemente) non sarebbe più valida, così come la teoria dello sfruttamento sarebbe destituita di scientificità. Bisogna allora abbandonarla completamente e rinunciare a ricavare un fondamento oggettivo dell'esprimersi dei prezzi delle merci sulla base del lavoro che la società impiega per la produzione.

b) I continuatori di Marx che sviluppano il pensiero economico marxiano là dove è interrotto, ossia coloro che non hanno rinunciato al lavoro come base oggettiva per l'espressione del sistema economico, e che su tale base ne hanno proposto delle soluzioni. **(n. 5)**

Seguiamo questa seconda corrente di analisi a partire dalla

Prima soluzione proposta

Si applichino anche ai mezzi di produzione ed ai beni che compongono il salario non i valori ma gli stessi prezzi che risalgono al realizzo delle merci. Abbiamo allora il seguente sistema

$$\begin{cases} (Ra \cdot Pr + Ma \cdot Pm + Ea \cdot Pe + Na \cdot Pn + la \cdot w)(1 + r) = A \cdot Pa \\ (Rb \cdot Pr + Mb \cdot Pm + Eb \cdot Pe + Nb \cdot Pn + lb \cdot w)(1 + r) = B \cdot Pb \\ \quad . \; . \; . \; . \; . \\ (Rn \cdot Pr + Mn \cdot Pm + En \cdot Pe + Nn \cdot Pn + ln \cdot w)(1 + r) = N \cdot Pn \\ h \cdot pa + j \cdot pb = w \qquad \text{equazione del salario} \end{cases}$$

ove con la, lb, ... si indicano le quantità di forza-lavoro delle rispettive branche; w il salario individuale; la•w, lb•w, ... il monte salari per ogni branca.

Tale sistema è sostanzialmente analogo al sistema economico presentato nella lezione precedente *(Boffitto, opera citata)*. Poiché le quantità Ra, Rb, ..., Ma, Mb, ..., la, lb, ..., h, j sono da considerarsi note si tratta di un sistema di 7 equazioni in 8 incognite (i 6 prezzi, il salario w, il tasso di profitto r). Come dalla teoria dei sistemi il sistema è indeterminato poiché un'incognita è sovrabbondante.

Si aggiunga allora al sistema l'equazione w = 1. Così facendo si determina univocamente la soluzione del sistema in funzione del salario che funge così da unità di misura per l'espressione di tutte le quantità economiche. Il sistema a 8 equazioni in 8 incognite permette così di ricavare i prezzi in funzione del salario (p. es. annuo) di un operaio - cioè in unità di salario (annuo) - . Essi indicano il numero (in genere la frazione) di unità di salario (annuo) che una merce può acquistare.

Le equazioni che risultano si esprimono tutte in termini di tempo di lavoro, tuttavia non di lavoro incorporato, ma solamente in termini di lavoro pagato. **(n. 6)**

Ma vale che

$w = \lambda/(1 + pv')$;

$$pv' = PV/V = r \cdot C/V = \frac{r(A \cdot pa + B \cdot pb + \dots N \cdot pn)}{(la + lb + \dots\ ln)w}$$

ove pv' = saggio di plusvalore; C = capitale investito = costante + variabile; V capitale variabile.

E' il caso di osservare che, a parità di salario reale, ossia a parità di beni che lo costituiscono, il numeratore è multiplo del salario, così come anche dalla nota n. 6. Perciò pv' è indipendente dal valore monetario di w.

Dividendo i prezzi ricavati dalla soluzione del sistema per (1 + pv') essi risulteranno espressi in funzione di λ, ossia del lavoro vivo che il capitale incorpora nel processo di produzione.

Tale soluzione proposta permette di determinare i prezzi ed il tasso di profitto, ma non ha ancora risolto il problema di base della trasformazione dei valori in prezzi. I valori non sono infatti riconoscibili e non svolgono alcuna funzione determinante. In altre parole la soluzione proposta non è che una versione del sistema economico generale in cui come unità di misura non si è scelto il prezzo di una merce generica, ma la merce particolare "salario".

Seconda soluzione proposta

Anziché w = 1 si consideri in un primo tempo il saggio di plusvalore pv' = PV/V.

Poniamo ora la sostituzione di variabile

$$w = \frac{\lambda}{1 + pv'}$$

cioè poniamo il salario pari al tempo di lavoro socialmente necessario come quota del lavoro totale. Quindi **poniamo λ=1** . Vuol dire che facendo riferimento ad un anno lavorativo di un operaio considereremo come unità di misura il tempo di lavoro λ pari a tale anno, cosicché w ne sarà una frazione.

Riprendiamo, trasformandolo come indicato, il sistema precedente.
Tenendo ora presente che teoricamente è possibile (anche se non si ritiene qui di approfondire l'argomento) calcolare il tempo fisico effettivamente necessario alla produzione dei beni del sistema economico (si tenga presente che il sistema dei prezzi - in precedenza contrassegnato con (1) - è già stato ricavato una prima volta in funzione dei valori, con diversi saggi di profitto, uno per branca, ed uno stesso saggio di plusvalore), possiamo reimpostare il sistema produttivo sostituendo alle quantità fisiche di beni il lavoro fisicamente necessario (espresso, per esempio, in anni di lavoro)

La simbologia va così interpretata:
- La = xa•A lavoro complessivo della branca A, xa coefficiente costante che trasforma la quantità A nel lavoro La;
- p'a coefficiente che trasforma il lavoro La (perciò il valore) nel suo prezzo di mercato (espresso pure esso in ore di lavoro) del singolo bene. Per esempio se dico che un vestito costa 100 $ e che 10 $ equivalgono ad un'ora di lavoro sarà che tale vestito "costa" 10 ore di lavoro, con il che si intende che tale costo sia un prezzo di mercato, non un valore. <u>Tali coefficienti, rapportando ore di lavoro come prezzi ad ore di lavoro come valori, sono numeri puri, senza unità di misura, adimensionali.</u>
- Lra, Lma, ... sono le quantità di lavoro parziali per ottenere le quantità produttive parziali Ra, Ma, ... della branca A;
- w' il salario individuale (in termini orari)

❖ le altre grandezze come in precedenza

$$
\begin{cases}
(Lra \cdot p'r + Lma \cdot p'm + \ldots + la \cdot w') \cdot (1 + r) = La \cdot p'a \\
(Lrb \cdot p'r + Lmb \cdot p'm + \ldots + lb \cdot w') \cdot (1 + r) = Lb \cdot p'b \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
(Lrn \cdot p'r + Lmn \cdot p'm + \ldots + ln \cdot w') \cdot (1 + r) = Ln \cdot p'n \\
h \cdot p'a + j \cdot p'b = w' \\
w' = \lambda / (1 + pv') \\
\lambda = 1
\end{cases}
$$

(nota 7)

Si tratta evidentemente di un sistema a nove equazioni e nove incognite: i sei prezzi, il salario inteso come tempo di lavoro socialmente necessario e riferito ad una frazione di lavoro vivo, il tasso di profitto, il lavoro vivo λ posto con l'ultima equazione pari a uno.

Con la posizione $\lambda = 1$ (da intendersi una ora di lavoro, un anno di lavoro, ...) le prime sei incognite, una volta risolte, risulteranno espresse in base al tempo di lavoro socialmente necessario.

Se le quantità di lavoro Lra, Lma, etc, si esprimono nella stessa unità di misura di w', cioè ad esempio in anni di lavoro, i prezzi p'a, p'b, ... che si determinano con la soluzione del sistema sono, come già detto dei coefficienti adimensionali, ossia numeri puri che permettono di ridurre i lavori fisici lra, lrb, ... in lavori "sociali", ove qui con "sociale" si intende il lavoro, a questo punto non esattamente uguale alla sua quantità fisica effettiva, incorporato dai mezzi di produzione sulla base della trasformazione dei valori in prezzi.

Il problema della trasformazione dei valori in prezzi appare perciò risolto. Resta solamente da constatare che la soluzione è l'effettivo sviluppo delle indicazioni di Marx. Per Marx infatti la somma dei prezzi deve coincidere con la somma dei valori. Per quanto riguarda il plusvalore PV non ci sono problemi. Esso è infatti posto pari alla somma dei plusvalori di ogni branca come assunto di partenza. Lo stesso per il salario (capitale variabile) V che è sempre lo stesso sia che lo si consideri nello schema dei valori, che nello schema dei prezzi. Poniamo invece C il capitale costante nello schema dei valori e C' nello schema dei prezzi. Poiché la somma dei valori è posta pari alla somma dei prezzi avremo

$$C + V + PV = (C' + V) \cdot (1 + r)$$
$$C + V + PV = C' + V + r \cdot (C' + V)$$

Poiché $r \cdot (C' + V)$ rappresenta il profitto, e poiché il profitto totale è pari al plusvalore totale, per confronto avremo C = C', per cui la somma dei valori rappresentativi del capitale costante, cioè Lra + Lma + ... + Lrb + Lmb + ... è effettivamente pari alla somma dei prezzi Lra•p'r + Lma•p'm + ... + Lrb•p'r + Lmb•P'm + ... della sua acquisizione.

NOTE
(n.1) Il valore U del prodotto è sempre superiore al prodotto netto del valore del capitale costante C che deve essere reintegrato attraverso la vendita della merce ad un prezzo superiore a se stesso appunto della quantità V + PV.

(n.2) capitali costanti e numero di lavoratori, come quantità fisiche, sono già state ricavate dalla soluzione del sistema produttivo. Moltiplicando tali quantità per i valori xr, ... xn incogniti risulta comunque un sistema con le stesse incognite xa, ... xn ed un grado di libertà, che consente di porre le soluzioni in funzione di λ.

(n.3) così ottenibile: $\lambda = w + pv = w + pv' \cdot w = w(1 + pv')$; $1 + pv' = \lambda/w$; $pv' = \lambda/w - 1$

(n.4) Può a prima vista apparire strano che il tasso di profitto possa essere prefissato in modo arbitrario. Ma di fatto, entro certi limiti matematici, lo è e deve esserlo: quanto più basso è il consumo degli operai, tanto più alto il saggio di plusvalore, tanto più elevato il tasso di profitto. In altre parole, il tasso di profitto dipende dall'equazione del salario, che riflette i rapporti di forza tra lavoratori e capitalisti.

(n.5) Piero Sraffa, con l'opera "produzione di merci a mezzo merci" sta a metà strada. Amico fidato di Gramsci e suo punto d'appoggio durante la detenzione, risolse il problema della trasformazione dei valori in prezzi, ma non elaborò conseguentemente Marx, quanto, piuttosto, Ricardo. L'elaborazione di Sraffa è assunta come base dagli economisti post-keynesiani di sinistra. Ovviamente, è grande merito del Boffitto la riproposizione del metodo di Sraffa.

(n.6) La soluzione del sistema non è agevole, nemmeno per un esperto del campo, <u>non essendo il sistema lineare</u>. Andrebbe sondata la possibilità di una soluzione per approssimazioni successive. Fissato un valore di r la quantità (1 + r) è determinata ed il sistema delle prime sei equazioni con l'aggiunta della w=1 diventa lineare. Sostituendo le soluzioni ricavate nell'equazione del salario si ricaverà un valore di w probabilmente diverso da 1. Si tratta allora di iterare il procedimento con valori di r via via più calibrati fino alla determinazione di una soluzione soddisfacentemente precisa.

Si allega il seguente esempio di sistema risolto:

Quattro settori di produzione A, B di beni di consumo e P, Q mezzi di produzione. Con a,b,p,q saranno indicati i prezzi, con w il salario, con r il saggio di profitto.

In ingresso si abbiano le seguenti quantità (beni prodotti nel ciclo precedente e consumati nell'anno in corso):

A=1000; B=1000; P=1000; Q=1000

In uscita si abbiano le seguenti quantità (beni prodotti l'anno precedente e consumati nell'anno in corso), maggiori delle precedenti per simulare una riproduzione allargata:

A=1100; B=1100; P=1200; Q=1300

Ciascun settore utilizzi il seguente numero di lavoratori:

la=50; lb=50; lp=90; lq=130

Il salario sia costituito da due unità della merce A e da due unità della merce B. Si ha perciò il seguente sistema:

$$
\begin{aligned}
&(250p + 100q + 50w)(1+r) = 1100a\\
&(150p + 100q + 50w)(1+r) = 1100b\\
&(300p + 450q + 90w)(1+r) = 1200p\\
&(300p + 350q + 130w)(1+r) = 1300q\\
&w=1\\
&w=2a + 2b
\end{aligned}
$$

Sostituendo w=1 e riordinato per incognite e termini noti esso si scriverà nel seguente modo

$$
\begin{array}{rrrrl}
-1100/(1+r)\cdot a\ + & 0\cdot b\ + & 250\cdot p\ + & 100\cdot q & = -50\\
0\cdot a\ + & -1100/(1+r)\cdot b\ + & 150\cdot p\ + & 100\cdot q & = -50\\
0\cdot a\ + & 0\cdot b\ + & (300-1200/(1+r))\cdot p\ + & 450\cdot q & = -90\\
0\cdot a\ + & 0\cdot b\ + & 300\cdot p\ + & (350-1300/(1+r))\cdot q & = -130
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
&w=1\\
&w=2a + 2b
\end{aligned}
$$

Una non semplice applicazione del foglio elettronico per l'algebra delle matrici porta al seguente risultato (ottenuto provando con diversi valori di r fino a quando l'equazione del salario, ossia l'ultima scritta, non assume valore pari a uno):

r = 0,3621
a = 0,282
b = 0,218
c = 0,522
q = 0,474

E' da notare che cambiando il valore numerico di w i prezzi cambiano in proporzione. Se w passa a 2 i prezzi raddoppiano, così come deve essere. Per alterare il sistema dei prezzi rispetto al salario bisogna cambiare l'equazione del salario, aumentando o diminuendo il numero di beni di cui è composto.

(n.7) Come nel caso precedente la soluzione presenta difficoltà matematiche. Andrebbe tentato il seguente procedimento: si fissino in un primo momento r=1 e w'=1. Quindi si proceda come per la soluzione del sistema precedente, ricavando r e mantenendo w' = 1. Si ricava pv' che, fortunatamente dal punto di vista della matematica, dato che i prezzi sono nel sistema formalmente proporzionali a w' - nel senso che w' funge da numerario -, non dipende da w' (si riveda l'espressione di pv'). Quindi con l'equazione λ = w (1 + pv') si ricavi λ. Dividendo quindi prezzi e salari per (1 + pv') si perviene alla soluzione cercata.

(n.8) Tali coefficienti sono dimensionali, nel senso che sono misurati con una unità di misura a seconda di numeratore e denominatore. P. es. xe=Le/E si esprimerà in ore/kilowattora. Quindi xr si esprimerà in ore/kg di riso e xm in ore/macchina